

1. Le polyèdre : dodécaïcosaèdre

Imaginer les liasses à 9 liens parallèles réduites à leur lien central. Les sommets sont les intersections des liens, les arêtes des sections de liens entre 2 sommets. Il apparaît des triangles en plus des pentagones : les faces des polyèdres.

$s = 30$ sommets $a = 60$ arêtes $\alpha = 12$ pentagones $\beta = 20$ triangles

$a = 2s$: en chaque sommet 4 arêtes (ou 2 liens)

$5\alpha + 3 = 2l$: incidence arêtes-faces

$\alpha + \beta - a + \alpha = 2$: relation d'Euler du polyèdre plongé dans S^2

2. Projection stéréographique

Le graphe planaire. Les triangles se tiennent par les pointes, 2 par 2 opposés.

Les pentagones se tiennent par les pointes, 2 par 2 opposés.

Il existe 6 liens ou cycles à 10 arêtes qui sont traversantes à chaque sommet :

$$l = 6 \text{ liens (ou 10-cycles)}$$

3. Rigidité

Trois liens bordant un triangle sont enlacés en ce triangle et en le triangle opposé comme trois anneaux de Borromée : 2 des 3 non liés mais les 3 inséparables.

Ces 3 seuls liens ne constituent pas à eux seuls la rigidité du polyèdre car, l'écrasement rapprochant les 2 triangles opposés reste possible. Un tel écrasement éloigne de la sphère 24 sommets. En considérant un 4^e lien, il apparaît que l'un de ses sommets doit entrer et sortir de la sphère (contradiction).

Conclusion

La boule du CAMS concerne la géométrie des polyèdres réguliers, la topologie des nœuds, l'algèbre des graphes et des treillis, la physique des matériaux, la mécanique et l'anthropologie.