

### 1. Le polyèdre : dodécaïcosaèdre

Imaginer les liasses à 9 liens parallèles réduites à leur lien central. Les sommets sont les intersections des liens, les arêtes des sections de liens entre 2 sommets. Il apparaît des triangles en plus des pentagones : les faces des polyèdres.

$$s = 30 \text{ sommets} \quad a = 60 \text{ arêtes} \quad \alpha = 12 \text{ pentagones} \quad \beta = 20 \text{ triangles}$$

$$a = 2s : \text{ en chaque sommet 4 arêtes (ou 2 liens)}$$

$$5\alpha + 3\beta = 2a : \text{ incidence arêtes-faces}$$

$$\alpha + \beta - a + s = 2 : \text{ relation d'Euler du polyèdre plongé dans } S^2$$

### 2. Projection stéréographique

Le graphe planaire. Les triangles se tiennent par les pointes, 2 par 2 opposés.

Les pentagones se tiennent par les pointes, 2 par 2 opposés.

Il existe 6 liens ou cycles à 10 arêtes qui sont traversantes à chaque sommet :

$$l = 6 \text{ liens (ou 10-cycles)}$$

### 3. Rigidité

Trois liens bordant un triangle sont enlacés en ce triangle et en le triangle opposé comme trois anneaux de Borromée : 2 des 3 non liés mais les 3 inséparables.

Ces 3 seuls liens ne constituent pas à eux seuls la rigidité du polyèdre car, l'écrasement rapprochant les 2 triangles opposés reste possible. Un tel écrasement éloigne de la sphère 24 sommets. En considérant un 4<sup>e</sup> lien, il apparaît que l'un de ses sommets doit entrer et sortir de la sphère (contradiction).

### Conclusion

La boule du CAMS concerne la géométrie des polyèdres réguliers, la topologie des nœuds, l'algèbre des graphes et des treillis, la physique des matériaux, la mécanique et l'anthropologie.